

不同空间直角坐标系的转换

对于不同坐标系之间的坐标转换，目前使用最广泛的是布尔莎（Bursa）七参数转换模型。布尔莎七参数转换模型为三维模型，在空间直角坐标系中，两坐标系之间存在严密的转换模型，不存在模型误差和投影变形误差，适合于任何区域的坐标转换。

一、数据文件读取

编写程序，读取“坐标数据.txt”文件，数据内容和格式如表 1 所示。

表 1 样例数据的内容及说明

数据内容
<pre>//计算七参数所需公共点 //数据说明：点名，旧坐标 X，旧坐标 Y，旧坐标 Z，新坐标 X，新坐标 Y，新坐标 Z GPS01, -1964734.9635, 4484768.5466, 4075386.7697, -1964642.8359, 4484908.5860, 4075486.8981 GPS02, -1967174.8023, 4490401.5079, 4067948.1663, -1967082.7160, 4490541.6460, 4068048.1509 //待转换的数据 GPS11, -1964642.8359, 4484908.5860, 4075486.8981 GPS12, -1967082.7160, 4490541.6460, 4068048.1509 //矩阵 A（用于矩阵求逆和转置的测试） 1, 3 3, 4 //矩阵 B（用于矩阵乘积测试） 1, 3, 2 2, 4, 5</pre>

二、利用布尔莎七参数模型进行不同空间直角坐标系的转换

两个空间直角坐标系的坐标换算既有旋转又有平移，则存在三个平移参数（ ΔX_0 、 ΔY_0 、 ΔZ_0 ）和三个旋转参数（ ε_X 、 ε_Y 、 ε_Z ），再顾及两个坐标系尺度不尽一致，从而还有一个尺度变化参数 m ，共计有七个参数。相应的坐标变换公式为：

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{新}} = (1+m) \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{旧}} + \begin{bmatrix} 0 & \varepsilon_Z & -\varepsilon_Y \\ -\varepsilon_Z & 0 & \varepsilon_X \\ \varepsilon_Y & -\varepsilon_X & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{旧}} + \begin{bmatrix} \Delta X_0 \\ \Delta Y_0 \\ \Delta Z_0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

上式为两个不同空间直角坐标之间的布尔沙七参数转换模型，其中含有 7 个转换参数，为了求得 7 个转换参数，至少需要 3 个公共点，当多于 3 个公共点时，可按最小二乘法求得 7 个参数的最或是值。

1. 求解七参数

为了求得 7 个转换参数，至少需要 3 个公共点，当多于 3 个公共点时，可按最小二乘法求得 7 个参数的最或是值。当根据多个公共点按最小二乘法求解转换参数时，对每个点，则有如下误差方程：

$$\begin{bmatrix} V_{X_{\text{新}i}} \\ V_{Y_{\text{新}i}} \\ V_{Z_{\text{新}i}} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -Z_{\text{旧}i} & Y_{\text{旧}i} & X_{\text{旧}i} \\ 0 & 1 & 0 & Z_{\text{旧}i} & 0 & -X_{\text{旧}i} & Y_{\text{旧}i} \\ 0 & 0 & 1 & -Y_{\text{旧}i} & X_{\text{旧}i} & 0 & Z_{\text{旧}i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_0 \\ \Delta Y_0 \\ \Delta Z_0 \\ \varepsilon_X \\ \varepsilon_Y \\ \varepsilon_Z \\ m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{\text{新}i} \\ Y_{\text{新}i} \\ Z_{\text{新}i} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X_{\text{旧}i} \\ Y_{\text{旧}i} \\ Z_{\text{旧}i} \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中 $i=1, 2, \dots, n$ ，若设

$$B_i = - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -Z_{\text{旧}i} & Y_{\text{旧}i} & X_{\text{旧}i} \\ 0 & 1 & 0 & Z_{\text{旧}i} & 0 & -X_{\text{旧}i} & Y_{\text{旧}i} \\ 0 & 0 & 1 & -Y_{\text{旧}i} & X_{\text{旧}i} & 0 & Z_{\text{旧}i} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$l_i = \begin{bmatrix} X_{旧i} \\ Y_{旧i} \\ Z_{旧i} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X_{新i} \\ Y_{新i} \\ Z_{新i} \end{bmatrix} \quad \hat{x} = \begin{bmatrix} \Delta X_0 \\ \Delta Y_0 \\ \Delta Z_0 \\ \varepsilon_X \\ \varepsilon_Y \\ \varepsilon_Z \\ m \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_{n-1} \\ B_n \end{bmatrix} \quad l = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ \vdots \\ l_{n-1} \\ l_n \end{bmatrix} \quad (5)$$

则(2)式误差方程变为

$$V = B\hat{x} - l \quad (6)$$

设观测值等权观测，则权阵 $P = E$ ，则法方程为

$$N_{BB} \hat{x} - W = 0 \quad (7)$$

其中 $N_{BB} = B^T P B$ ， $W = B^T P l$ 。求解法方程，得到最小二乘解

$$\hat{x} = N_{BB}^{-1} W \quad (8)$$

说明：在计算报告中输出 B ， N_{BB}^{-1} ， \hat{x} 这 3 个矩阵，小数点后保留 6 位数值。

2. 采用配置法计算非公共点转换值的改正数

当利用 3 个以上的公共点求解转换参数时存在多余观测，由于公共点误差的影响而使得转换的公共点的坐标值与已知值不完全相同，而实际工作中又往往要求所有已知点的坐标值保持固定不变。为了解决这一矛盾，可采用配置法，将公共点的转换值改正为已知值，对非公共点的转换值进行相应的配置。

(1) 计算公共点转换值的改正数 $V = \text{已知值} - \text{转换值}$ ，公共点的坐标采用已知值。

(2) 采用配置法计算非公共点的转换值的改正数。

$$V' = \frac{\sum_{i=1}^n p_i v_i}{\sum_{i=1}^n p_i}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

式中， n 为公共点的个数， P 为权，可根据非公共点与公共点的距离（ S_i ）来定权，常取 $P_i = 1/S_i^2$ 。

说明：在计算报告中输出待转换点的改正数，小数点后保留 6 位数值。

3. 计算待转换点在新坐标系下的坐标值

利用求解的七参数和布尔莎模型计算待转换点在新坐标系下的坐标值，并按公式 9 对待转换点的坐标进行改正，得到待转换点在新坐标系下的坐标。

说明：在计算报告中输出待转换点在新坐标系下的坐标值，小数点后保留 4 位数值。

三、矩阵运算

略

四、程序优化与开发文档撰写

1. 人机交互界面设计与实现

要求：（1）包括菜单、工具条、表格、图形（显示、放大、缩小）、文本等功能。（2）要求功能正确、可正常运行，布局合理、直观美观、人性化。

2. 计算报告的显示与保存

要求：（1）将相关统计信息、计算报告在用户界面中显示；（2）保存为文本文件（*.txt）。

